$\boxed{1}$ 数列 $\{a_n\}$ は次の条件を満たすとする。

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) $a_n \neq -2$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を示せ。

(2) $b_n = \dfrac{1}{a_n + 2}$ とおく。b_{n+1} を b_n で表せ。

(3) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)$ を次によって定める。

$$f(x) = \int_0^x \left\{ \sin(x - t) - \frac{t}{4} \right\}^2 dt$$

次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\int_0^x t \sin(x - t)\, dt$ を x の式で表せ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^3}$ を求めよ。

$\boxed{3}$ 複素数平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C を考える。次の問いに答えよ。

(1) C 上の点 α は $|\alpha + \overline{\alpha}| = |\alpha - \overline{\alpha}|$ を満たし，α の偏角 θ は $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ を満たすとする。α を求めよ。

(2) β は虚部が正の複素数で，$\beta^3 = 1$ を満たすとする。点 z が β を除く C 上を動くとき，$w(z - \beta) = 1$ を満たす点 w が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

$\boxed{4}$ Oを原点とする座標空間に2点 $\mathrm{P}(1,0,3)$，$\mathrm{Q}(0,2,3)$ をとる。実数 h は $h>3$ を満たすとし，点 $\mathrm{C}(0,0,h)$ をとる。3点C，P，Qを通る平面を α とする。さらに，α と x 軸との交点をA，α と y 軸との交点をBとおく。四面体OABCの体積を V とする。次の問いに答えよ。

(1) Aの x 座標を h を用いて表せ。

(2) V を h を用いて表せ。

(3) h が $h>3$ を満たす実数全体を動くとき，V の最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ 1個のさいころを投げる試行を繰り返す。最初の持ち点は1とし，3の目が出たときは持ち点を3倍，5の目が出たときは持ち点を5倍，3と5以外の目が出たときは持ち点を2倍する。たとえば3回試行して出た目が順番に6，3，5のとき，持ち点は $1\times2=2$，$2\times3=6$，$6\times5=30$ と変化し，最後の持ち点は30である。次の問いに答えよ。

(1) $n\geqq2$ とする。n 回試行したとき，最後の持ち点が4の倍数となる確率を求めよ。

(2) 持ち点がはじめて15以上となったときに試行を終了する。終了するまでに試行した回数の期待値を求めよ。