

# 物 理

1 以下の文中の (1) ~ (11) に適切な数式または数値を入れよ。

図1のように、質量を無視できるばね定数  $k$  [N/m] のばねが、床から鉛直に設置され、下端が床に固定されている。鉛直下向きを  $x$  軸の正方向にとり、ばねが静止し自然の長さであるときの上端の座標を原点 ( $x = 0$  m) とする。ばねの上端に、厚さを無視できる質量  $m$  [kg] の板 A を取り付けた。ばね、板、小球は、いずれも鉛直方向にのみ運動し、空気抵抗は無視できるものとする。また、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。

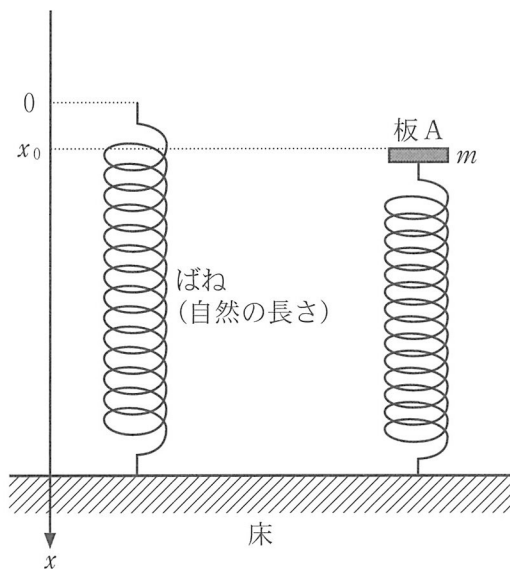


図1

問 1 板 A とばねが静止し、つりあいの状態にあるとき、板 A の座標を  $x_0$  [m] とすると、 $x_0 = \boxed{(1)}$  である。図 2 のように、大きさを無視できる質量  $m$  [kg] の小球 B を、 $x_0$  から鉛直上向きに距離  $h$  [m] だけ離れた位置から速さ  $v_0$  [m/s] で鉛直下向きに射出した。小球 B が  $x_0$  に達する直前の小球 B の速さを  $v_1$  [m/s] とすると、 $v_1 = \boxed{(2)}$  である。その直後、小球 B は、板 A と完全非弾性衝突し(反発係数  $e = 0$ )、板 A と一体となって運動した。板 A と小球 B の衝突直後の速さ  $v_2$  [m/s] は、 $v_1$  を用いて  $v_2 = \boxed{(3)}$  と表される。このとき、衝突の前後で失われる力学的エネルギー  $\Delta E$  [J] は、 $v_1$  を用いて、 $\Delta E = \boxed{(4)}$  と表される。その後、ばねは縮み、板 A と小球 B は一体のまま、座標  $x_3$  [m] で速さが  $0$  m/s となった。 $x_3$  は、 $k$ 、 $m$ 、 $g$ 、 $v_2$  を用いて、 $x_3 = \boxed{(5)}$  と表される。

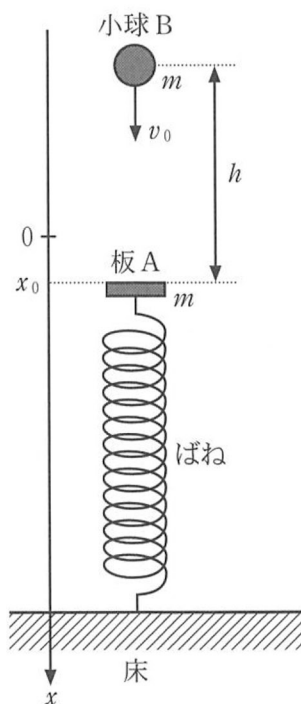


図 2

問 2 図 3 のように、大きさを無視できる質量  $m$  [kg] の小球 C を、板 A の上に静かに載せ、静止させた。このつりあいの状態における板 A と小球 C の座標を  $x_4$  [m] とする。手でばねを静かに縮め、板 A と小球 C を  $x_4$  から鉛直下向きに距離  $d$  [m] だけ移動させた。その後、静かに手を離すと、板 A と小球 C は一体となって鉛直上向きに運動を始めた。一体となって運動しているとき、任意の座標  $x$  [m] における板 A と小球 C の加速度を  $a$  [m/s<sup>2</sup>] (鉛直下向きを正とする)、板 A と小球 C の間に作用する垂直抗力の大きさを  $F$  [N] とおくと、座標  $x$  における板 A の運動方程式は  $ma = \boxed{\text{(6)}}$ 、小球 C の運動方程式は  $ma = \boxed{\text{(7)}}$  と表される。 $d$  が十分大きいとき、 $F = \boxed{\text{(8)}}$  となる瞬間に小球 C は板 A から離れて飛び出す。小球 C が板 A から離れる座標は  $\boxed{\text{(9)}}$  [m] である。その瞬間の小球 C の速さを  $v_5$  [m/s] とすると、 $k$ 、 $m$ 、 $g$ 、 $d$  を用いて、 $v_5 = \boxed{\text{(10)}}$  と表される。その後、飛び出した小球 C をすぐに回収すると、板 A はばねに取り付けられたまま周期が  $\boxed{\text{(11)}}$  [s] の単振動をした。

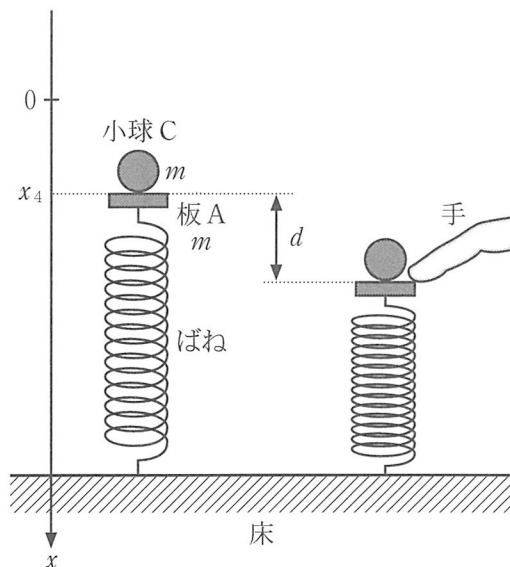


図 3

2 以下の文中の (1) ~ (9) に適切な数式を入れよ。また、  
 (あ) には選択肢から最も適切なものを選び、その記号を記入せよ。

問 1 図 1 のように、 $y$  軸の正の向きに磁束密度  $B$  [Wb/m<sup>2</sup>] の一様な磁場(磁界)があり、この磁場中にコイルを置く。コイルは長方形で、太さと質量が無視できる導線でできている。このコイルの四つ角をそれぞれ  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  とする。 $A_1A_4$  と  $A_2A_3$  の中点は  $x$  軸上にあり、このコイルは  $x$  軸を回転軸としてなめらかに回転することができる。 $A_1A_2$  と  $A_3A_4$  の長さを  $a$  [m]、 $A_1A_4$  と  $A_2A_3$  の長さを  $b$  [m] とする。また、 $A_1A_4$  の中点付近に端子  $X$  と  $Y$  があり、これらの端子間には抵抗などの素子を接続することができる。このコイルを図 1 に示す向きに一定の角速度  $\omega$  [rad/s] で回転させる。

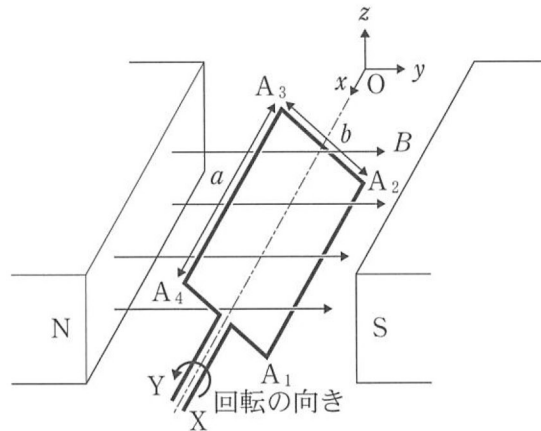


図 1

まず、端子 X と Y の間に何も接続されていない場合について考え、コイルに発生する誘導起電力を求める。導線  $A_1A_2$  内の一つの自由電子(電気量  $-e$  [C],  $e$  は正の定数)に着目すると、コイルの回転による電子の速度の大きさは  $\frac{b\omega}{2}$  [m/s] である。導線  $A_1A_2$  の  $z$  座標が  $-\frac{b}{2}$  となる時刻を  $0$  s とすると、時刻  $t$  [s] においてこの電子にはたらくローレンツ力の  $x$  成分は  $\boxed{(1)}$  [N] となる。このローレンツ力により導線  $A_1A_2$  の内部の自由電子が移動し、 $A_1$ ,  $A_2$  がそれぞれ帯電することで導線  $A_1A_2$  の内部に電場(電界)が生じる。この電場により、電子には静電気力がローレンツ力と逆方向にはたらく。この静電気力とローレンツ力がつりあう条件より、導線  $A_1A_2$  の内部に発生する電場の  $x$  成分は  $\boxed{(2)}$  [N/C] となり、 $A_1$  と  $A_2$  の間に発生する起電力( $A_1$  を基準とした  $A_2$  の電位)は、 $\boxed{(3)}$  [V] となる。同様に、 $A_3$  と  $A_4$  の間に発生する起電力も計算できる。一方、コイルの  $A_1A_4$ ,  $A_2A_3$  の部分ではコイルが回転しても導線内部の電子にはたらくローレンツ力は常に導線と垂直な方向を向くため、起電力は生じない。以上により、コイル全体に生じる誘導起電力( $X$  を基準とした  $Y$  の電位)は、 $ab\omega B \sin \omega t$  [V] となる。

次に、端子 X と Y の間に抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] の抵抗が接続された場合について考える。このとき抵抗を流れる電流(抵抗を Y から X の向きに流れるときを正とする)は、 $\boxed{(4)}$  [A] となる。ただし、コイルの抵抗値は無視できるものとする。この電流により、コイルがちょうど 1 回転する間に抵抗には  $\boxed{(5)}$  [J] のジュール熱が発生する。

問 2 図 2 のように、真空中で距離が  $d$  [m] に保たれた厚さが無視できる 2 枚の正方形の導体板の間に、導体板と同じ正方形の底面を持ち厚さが  $t$  [m] ( $t \leq d$ ) の直方体の誘電体が導体板に平行に挿入されたコンデンサーを考える。導体板と誘電体の底面の一辺の長さは  $l$  [m] であり、このコンデンサーには電荷  $Q$  [C] が蓄えられている。真空中の誘電率は  $\epsilon_0$  [F/m]、誘電体の誘電率は  $\epsilon$  [F/m] ( $\epsilon > \epsilon_0$ ) とする。また、これらの導体板と誘電体は導体板の面に垂直な方向から見て正確に重なっており、導体板間の距離  $d$  は  $l$  に比べて十分に小さいものとする。

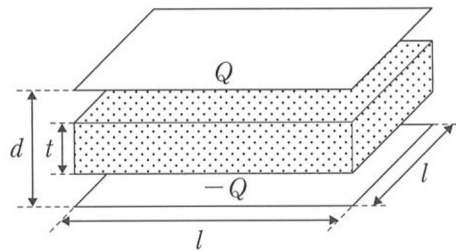


図 2

このコンデンサーの静電容量は  [F] である。このコンデンサーの 2 枚の導体板の距離  $d$  を小さな距離  $\Delta d$  [m] だけ大きくすると、このコンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは  [J] だけ大きくなる。

さらに、 $d = t$  となるように導体板を移動し、導体板の間が完全に誘電体でみたされるようにした。このときの導体板間の電位差は  [V] である。ただし、 $d$ 、 $t$  のどちらを用いて表してもよい。

次に、図 3 のように、誘電体を水平方向(導体板、誘電体の一辺に沿った方向)に小さな距離  $\Delta x$  [m] だけ押し出した。このとき、このコンデンサーを二つの領域に分けて考えると、静電容量は  [F] と求められる。したがって、静電エネルギーは誘電体を動かす前と比べて  。

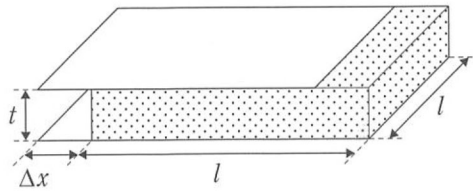


図 3

(あ) の選択肢：

- (ア) 増加するので、誘電体にはさらに押し出す力がはたらく
- (イ) 増加するので、誘電体にはもとの位置に戻す力がはたらく
- (ウ) 減少するので、誘電体にはさらに押し出す力がはたらく
- (エ) 減少するので、誘電体にはもとの位置に戻す力がはたらく

3 以下の文中の (1) ~ (7) に適切な数式または数値を入れよ。また、(あ) ~ (か) には選択肢から適切なものをすべて選び、その記号を記入せよ。

問 1 図 1 のように、原点  $O$  に正弦波で表される音波を発しているスピーカーがある。この音波の振動数は  $f$  [Hz]、波長は  $\lambda$  [m] である。原点  $O$  における時刻  $t$  [s] での空気の変位は、振幅を  $a$  [m]、原点  $O$  での時刻  $t = 0$  s における位相(初期位相)を  $0$  rad として (1) [m] と表される。任意の位置  $x (> 0)$  [m] には、原点  $O$  の振動が (2) [s] だけ遅れて伝わるので、時刻  $t$ 、位置  $x$  での変位は (3) [m] となる。ただし、振幅  $a$  は位置  $x$  によらず一定とする。

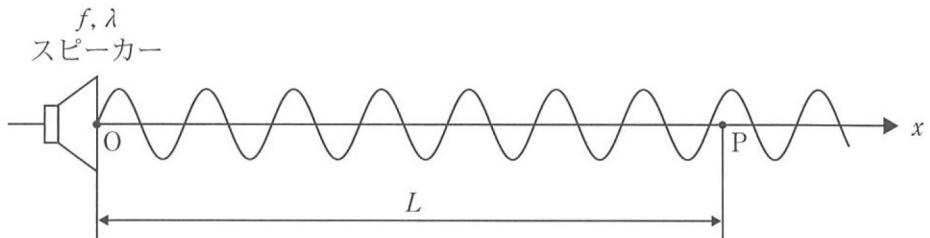


図 1

次に、スピーカーを  $x$  の正方向に一定の速さ  $v$  [m/s] で動かし、 $x = L$  [m] の点 P で音を観測する。スピーカーが原点 O を通過する時刻を  $t = 0$  s とし、このときの音波の位相を  $0$  rad とする。 $v$  は音速よりも小さく、スピーカーは点 P を越えない範囲を考える。音が点 P に伝わるには時間を要するので、点 P で時刻  $t$  に聞こえる音は、 $t$  よりも前の時刻  $t'$  [s] にスピーカーから発せられたものである。ここで音速を  $c$  [m/s] で表すことにし、時刻  $t'$  におけるスピーカーと点 P との距離を  $l'$  [m] とすると、 $t'$  は  $c, t, l'$  を用いて  $t' = \boxed{(4)}$  と表される。一方、 $l'$  は  $L, v, t'$  を用いて  $l' = \boxed{(5)}$  と表される。したがって、 $t'$  は  $L, c, v, t$  を用いると  $t' = \boxed{(6)}$  と表される。以上のことから、点 P での時刻  $t$  における空気の変位は  $a, L, c, v, t, f$  を用いて  $\boxed{(7)}$  [m] と表される。

問 2 図 2 のように、原点  $O$  を中心とする回転台の円周に、ある決まった振動数  $f$  [Hz] の音波を等方的に発する電子ブザー(音源)  $S$  が一つ固定されている。回転台を原点  $O$  を中心に時間変化しない角速度で回転させ、回転台から十分離れた距離の点  $P$  にいる観測者が音を観測する。このとき観測者には、振動数が時間とともに変化する音が聞こえる。ただし、電子ブザー  $S$  の大きさは回転台の大きさに対して無視できるものとする。

3つの回転台 A, B, C についてこの実験をおこなったところ、観測者に聞こえた音の振動数の時間変化は図 3 のグラフのようにまとめられた。このグラフから、等速円運動する音源の速さが一番大きいものは  であり、一番小さいものは  であることがわかる。また、回転台の角速度が一番大きいものは  であり、一番小さいものは  であることがわかる。したがって、回転台の半径が一番大きいものは  であり、一番小さいものは  であることがわかる。

~  の選択肢(適切なものをすべて選べ) : A, B, C



図 2

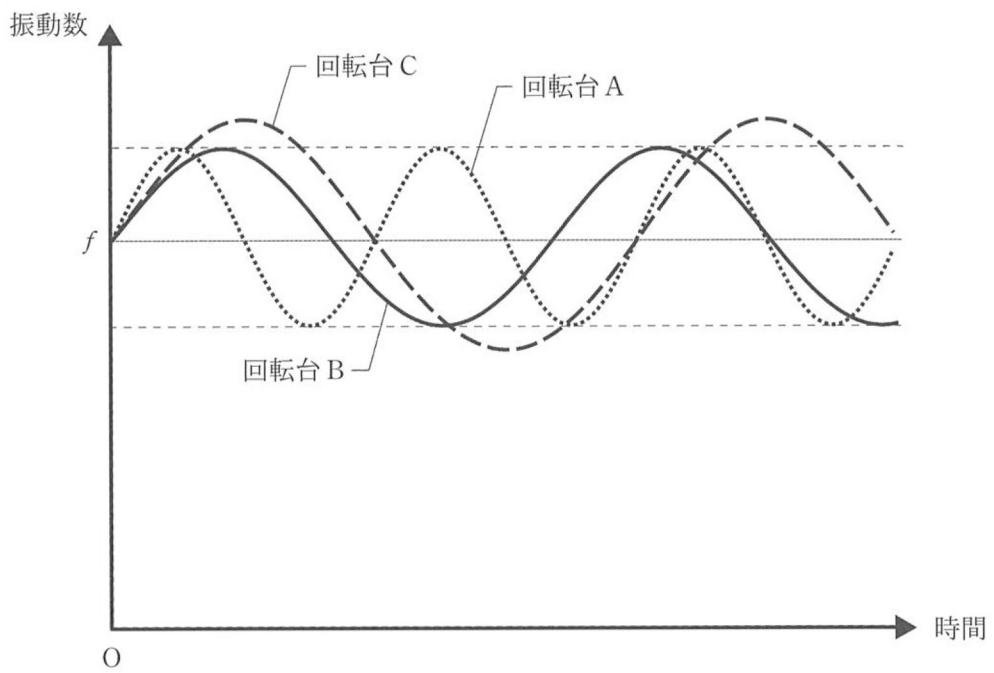


図 3